

**ΑΠΛΥΘΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ – ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΘΕΜΑ Α

1. Να αποδείξετε ότι: Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ με $f(\alpha) \neq f(\beta)$, για κάθε η μεταξύ των $f(\alpha)$ και υπάρχει $f(\beta)$ ένα τουλάχιστον $x_0 \in (\alpha, \beta)$ ώστε $f(x_0) = \eta$. **Μονάδες 7**

2. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = 0$ τότε πάντοτε $f(x) = 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$.

α) Η παραπάνω πρόταση είναι σωστή ή λανθασμένη. **Μονάδες 4**

β) Να δικαιολογήσετε με κατάλληλο παράδειγμα τον παραπάνω ισχυρισμό. **Μονάδες 4**

3. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να εξετάσετε αν είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω προτάσεις.

i) Αν το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$ τότε η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο (α, β) .

ii) Αν συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ τότε το σύνολο τιμών της είναι το $[f(\alpha), f(\beta)]$.

iii) Αν f, g συνεχείς με $f(x) < g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$ τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx < \int_{\alpha}^{\beta} g(x)dx$

iv) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με $f'(x) \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} .

v) Αν η συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη τότε τα κοινά σημεία της C_f και της ευθείας $(\varepsilon): y = x$ είναι και κοινά σημεία της $C_{f^{-1}}$ και της ευθείας $(\varepsilon): y = x$.

Μονάδες 10**ΘΕΜΑ Β**

Τρίγωνο ΚΛΜ είναι εγγεγραμμένο σε τρίγωνο ΑΒΓ με βάση ΒΓ = 10 και ύψος ΑΔ = 5 ώστε η βάση του ΚΛ να είναι παράλληλη στην ΒΓ και το σημείο Μ να βρίσκεται στο μέσον της ΒΓ. Αν ΚΛ = x , τότε:

1) Να δείξετε ότι το εμβαδόν $E(x)$ είναι ίσο με $\frac{10x - x^2}{4}$ για $0 < x < 10$.

Μονάδες 6

2) Να βρεθεί η τιμή του x ώστε το εμβαδόν του να είναι μέγιστο.

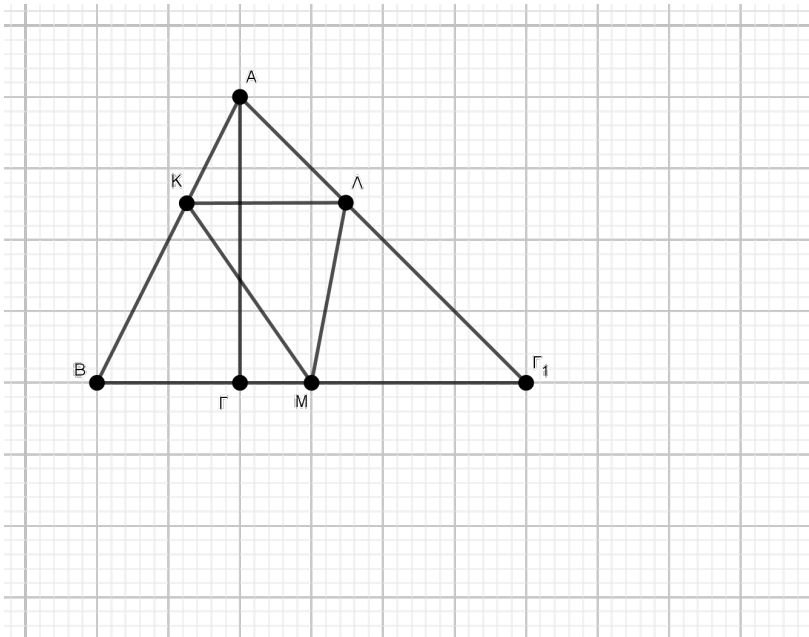
Μονάδες 5

3) Να βρεθεί η τιμή του x την χρονική στιγμή που το εμβαδόν του έχει ρυθμό μεταβολής διπλάσιο από τον ρυθμό μεταβολής του x .

Μονάδες 7

4) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^{\ln 2} \frac{4E(e^x)}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx$.

Μονάδες 7



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{4}{x^3}$ για κάθε $x > 0$.

1) Να βρεθεί η μονοτονία της, οι ασύμπτωτες της και να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης.

Μονάδες 9

2) Να βρεθεί το εμβαδόν $E(\lambda)$ του χωριού που περικλείεται από την C_f τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=1$ και $x=\lambda$ με $\lambda > 0$.

Μονάδες 6

3) Να βρεθούν οι τιμές του λ αν $E(\lambda) = 2$.

Μονάδες 4

4) Να βρεθεί ο η εξίσωση εφαπτομένης της συνάρτησης f που διέρχεται από το σημείο $M(0,16)$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 3x - 2 - \frac{2e^x}{e^{2x} - 1}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$.

1) Να βρεθεί η μονοτονία και το σύνολο τιμών της συνάρτησης.

Μονάδες 9

2) Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της συνάρτησης και να γίνει μια πρόχειρη γραφική παράσταση της.

Μονάδες 6

3) Να δείξετε ότι υπάρχει $x_0 \in (\ln 2, \ln 3)$ ώστε $\frac{f(x_0) + \frac{1}{3}}{x_0 - \ln 2} - \frac{f(x_0) - \frac{1}{4}}{x_0 - \ln 3} = x_0^{2018}$.

Μονάδες 5

4) Αν η ευθεία $(\varepsilon) y = 3x - 2$ είναι πλαγία ασύμπτωτη της συνάρτησης f στο $+\infty$ να υπολογίσετε το $\int_{-3}^{-2} (f(x) - y) dx + \int_{\frac{2}{3}}^3 (f(x) - y) dx$.

Μονάδες 5

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ.

Καλή επιτυχία !!!

